

(科目コード : 8007220138AA)

【改訂】第20版(2014-08-07)

【科目】特殊関数

【科目分類】 専門科目 【選択・必修の別】 選択 【学期・単位数】 前期・2単位

【対象学科・専攻】 生産システム,環境 1・2年

【担当教員】 神長 保仁

### 【授業目標】

ガンマ関数、ルジャンドル関数、ベッセル関数について学習し、次のことをできるようにする。

#### ガンマ関数

オイラーの第2種積分、ガウスの無限乗積表示、ワイエルシュトラスの無限乗積表示を理解できる。

相反公式、スターリングの公式が理解できる。

ベータ関数との関係が理解でき、定積分への応用ができる。

#### ルジャンドル関数

ルジャンドル多項式、ロドリゲ公式、ルジャンドル微分方程式の関係が理解できる。

ルジャンドル多項式の母関数と漸化式が使いこなせる。

ルジャンドル多項式の直交性と完全性が理解できる。

具体的な関数をルジャンドル展開できる。

第1種および第2種ルジャンドル関数およびそれらと超幾何関数の関係が理解できる。

#### ベッセル関数

第1種ベッセル関数の定義と母関数が理解できる。

円筒関数の定義と漸化式が理解できる。

ベッセルの微分方程式、積分表示が理解できる。

ノイマン関数の定義が理解できる。

整数次のノイマン関数が理解できる。

ハンケル関数、ロンメル公式が理解できる。

ベッセル微分方程式の一般解をベッセル関数を用いて表せる。

ロンメルの積分定理を理解できる。

ベッセル関数の直交性、フーリエ・ベッセル展開、ハンケル変換が理解できる。

### 【教育方針・授業概要】

本科目の総授業時間数は22.5 時間である。

工学上重要な問題の多くは初等関数(指数関数, 対数関数, 三角関数など)の範囲では解くことができない。例えば最も簡単な原子である水素を量子力学で扱うとラゲールとルジャンドルといった数学者の名前のついた特殊関数が必要になる。特殊関数はもともと、振動・波動・電磁気・熱伝導・拡散といった物理学上の諸問題を解くことを目的に考案された関数であるから、理工学との関係は密接である。この授業の目的は、このように応用上重要な特殊関数に慣れ親しみ、最低限の応用が出来るようになることである。

この授業は3部構成である。第1部ではガンマ関数を学ぶ。第2部ではルジャンドル関数を学ぶ。第3部ではベッセル関数を学ぶ。

### 【教科書・教材・参考書等】

参考書：物理のための応用数学：小野寺嘉孝；裳華房

参考書：特殊関数：金子尚武、松本道夫；培風館

参考書：特殊関数：犬井鉄郎；岩波書店

参考書：自然科学者のための数学概論：寺沢寛一；岩波書店

参考書：数学公式：森口・宇田川・一松；岩波書店

教科書は使わない。上記の本は参考になるだろう。

### 【メッセージ】

特殊関数は難解かつ膨大な体系を持っているので、必要になってから一人で勉強するのは大変です。この機会を逃さず是非受講して下さい。本科目の履修を希望する学生は4・5年次選択科目「線形代数序論」(E科「基礎線形代数」)か専攻科の「線型代数学」のいずれかを合わせて履修することが望ましい。

### 【備考】

隔年開講科目(平成奇数年度開講、平成偶数年度未開講)

### 【成績評価方法】

[前期] 期末試験：70%，レポート：30%，レポートを平常点として評価する。成績評価の対象となるのは、定期試験の成績および平常点である。

【達成目標】

	達成目標	割合	評価方法
1	<ul style="list-style-type: none"> <li>オイラーの第2種積分、ガウスの無限乗積表示、ワイエルシュトラスの無限乗積表示を理解できる。</li> <li>相反公式、スターリングの公式が理解できる。</li> <li>ベータ関数との関係が理解でき、定積分への応用ができる。</li> </ul>	40 %	定期試験とレポートで評価する。
2	<ul style="list-style-type: none"> <li>ルジャンドル多項式、ロドリゲ公式、ルジャンドル微分方程式の関係が理解できる。</li> <li>ルジャンドル多項式の母関数と漸化式が使いこなせる。</li> <li>ルジャンドル多項式の直交性と完全性が理解できる。</li> <li>具体的な関数をルジャンドル展開できる。</li> <li>第1種および第2種ルジャンドル関数およびそれらと超幾何関数の関係が理解できる。</li> </ul>	50 %	定期試験とレポートで評価する。
3	<ul style="list-style-type: none"> <li>第1種ベッセル関数の定義と母関数が理解できる。</li> <li>円筒関数の定義と漸化式が理解できる。</li> <li>ベッセルの微分方程式、積分表示が理解できる。</li> <li>ノイマン関数の定義が理解できる。</li> <li>整数次のノイマン関数が理解できる。</li> <li>ハンケル関数、ロンメル公式が理解できる。</li> <li>ベッセル微分方程式の一般解をベッセル関数を用いて表せる。</li> <li>ロンメルの積分定理を理解できる。</li> <li>ベッセル関数の直交性、フーリエ・ベッセル展開、ハンケル変換が理解できる。</li> </ul>	10 %	レポートで評価する。

【本校の学習・教育目標】

(B-1) 工学の基礎となる自然科学の科目を確実に理解する

【授業計画】(特殊関数)

回数	授業の主題	内容	レポート	宿題
1	ガンマ関数	<ul style="list-style-type: none"> <li>Euler の第2種積分</li> <li>Gauss の無限乗積表示</li> </ul>		授業ノートを読み返し、計算を確認する。また、課題を解いてみる。
2	ガンマ関数	<ul style="list-style-type: none"> <li>Weierstrass の無限乗積表示</li> <li>相反公式</li> <li>Stirling の公式</li> </ul>		同上
3	ガンマ関数	<ul style="list-style-type: none"> <li>ベータ関数との関係</li> <li>倍数公式</li> <li>定積分への応用</li> </ul>	レポート1 (ガンマ関数)	同上
4	ルジャンドル関数	<ul style="list-style-type: none"> <li>Legendre 多項式</li> <li>Rodrigues の公式</li> </ul>		同上
5	ルジャンドル関数	<ul style="list-style-type: none"> <li>Legendre 多項式の母関数</li> <li>漸化式</li> </ul>		同上
6	ルジャンドル関数	<ul style="list-style-type: none"> <li>Legendre 微分方程式</li> <li>Legendre 多項式の直交性</li> <li>完全性</li> </ul>		同上
7	ルジャンドル関数	<ul style="list-style-type: none"> <li>Legendre 展開の例</li> <li>超幾何関数</li> </ul>		同上
8	ルジャンドル関数	<ul style="list-style-type: none"> <li>第1種および第2種 Legendre 関数</li> </ul>	レポート2 (ルジャンドル関数)	同上
9	ベッセル関数	<ul style="list-style-type: none"> <li>第1種 Bessel 関数</li> <li>母関数</li> </ul>		同上
10	ベッセル関数	<ul style="list-style-type: none"> <li>円筒関数と漸化式</li> <li>Bessel の微分方程式</li> </ul>		同上
11	ベッセル関数	<ul style="list-style-type: none"> <li>積分表示</li> <li>Neumann 関数</li> <li>整数次の Neumann 関数</li> </ul>		同上
12	ベッセル関数	<ul style="list-style-type: none"> <li>Hankel 関数</li> <li>Wronski 行列式</li> </ul>		同上
13	ベッセル関数	<ul style="list-style-type: none"> <li>Lommel の公式</li> <li>Bessel 微分方程式の一般解</li> </ul>		同上
14	ベッセル関数	<ul style="list-style-type: none"> <li>Lommel の積分定理</li> <li>直交性</li> </ul>		同上
15	ベッセル関数	<ul style="list-style-type: none"> <li>Fourier-Bessel 展開</li> <li>Hankel 変換</li> </ul>	レポート3 (ベッセル関数)	同上